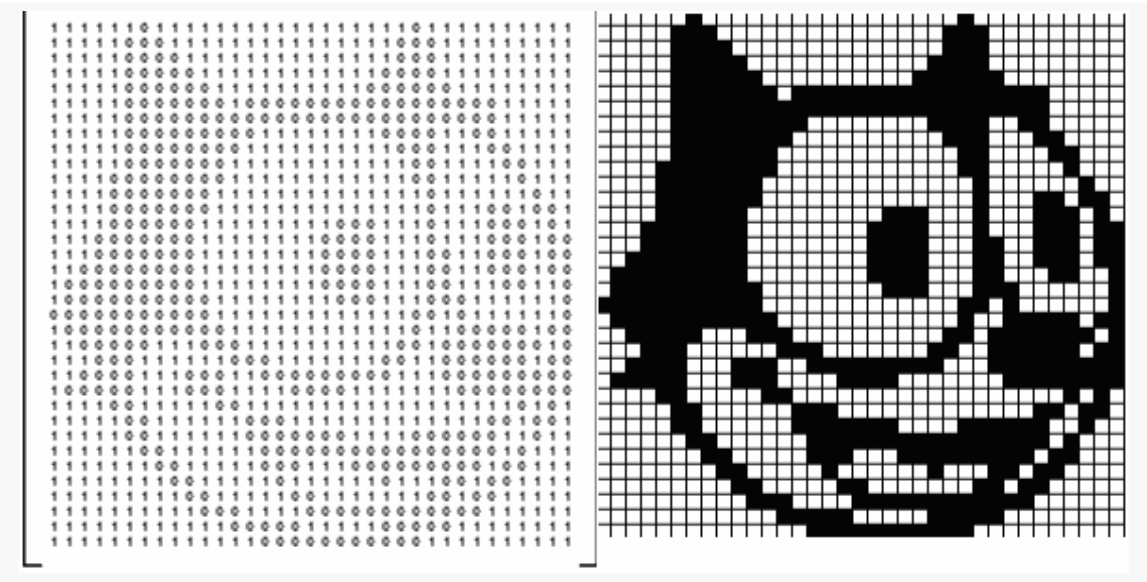
المصفوفات والصور الرقمية

بقلم: **ديرتشي يوسو** Dirce Uesu Pesco

وبيسكو وهيمبرتو خوسي بورتولوسي Humberto José Bortolossi

ترجمة: **سارة لعزيلي**

الصور المنشورة على مواقع الانترنت أو الملتقطة بواسطة الهاتف النقال هي أمثلة لصور رقمية. يمكن تمثيل هذا النوع من الصور بمصفوفات. مثلا، يمكن تمثيل الصورة الصغيرة للقط فيليكس Felix بمصفوفة بعداها 35×35 عناصرها تتشكل من العددين 0 و 1. كل عنصر يشير إلى لون العنصور (pixel البيكسل): 0 من أجل العنصور الأسود و 1 من أجل العنصور الأبيض (العنصور هو أصغر عنصر بياني لصورة مصفوفية، يأخذ لونا واحدا فقط). الصور الرقمية التي تستعمل لونين تسمى صور ثنائية أو صور بوليانية (نسبة إلى الرياضي Boole).

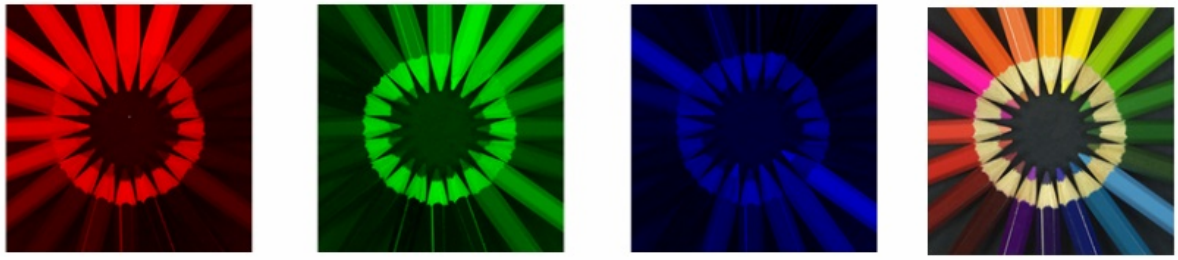


الشكل 2: المصفوفة الممثلة لصورة للقط فيليكس

للصور التي تحمل تدرجات اللون الرمادي أيضا حظ في أن تمثل بمصفوفات، فكل عنصر من هذه المصفوفة يحدد شدة العنصور الموافق له. ولأسباب عملية فإن أغلب الملفات الرقمية الحالية تستعمل أعدادا صحيحة محصورة بين 0 (للعنصور ذي اللون الأسود، لون بِشدّة دنيا) و 255 (للعنصور ذي اللون الأبيض، لون بشدة عظمى)، مما يوفر لنا $2^8 = 256$ درجة مختلفة للون الرمادي (كمية هذه

التدرجات مقبولة في الاستخدامات على الصور المعروضة ضمن صفحات الانترنت. لكن، بعض الاستعمالات، مثل التصوير الطبي، يتطلب عددا أكبر من تظليلات الرمادي للحصول على صور بتفاصيل أكثر وتفادي الأخطاء التقريبية في العمليات الحسابية).

أما الصور الملونة، فيمكن أن تمثل بثلاث مصفوفات. إحدى هذه المصفوفات تحدد كميات الألوان **الأحمر**، و**الأخضر** و**الأزرق** التي تكوّن الصورة. نظام التلوين هذا يدعى RGB [الحروف RGB تمثل الحروف الأولى باللغة الأنكليزية للألوان المذكورة]. هناك عدة أنظمة ألوان أخرى يتغير استخدامها تبعا للتطبيقات المختلفة: الرباعي الألوان CMYK (للطباعة)، Y'IK (للتلفزيون ذو النقل التماثلي بـ NTSC)، وغيرهما. إن مركبات هذه المصفوفات هي أعداد صحيحة محصورة بين 0 و 255 تُعيّن شدة لون العنصور حسب لون المصفوفة. لذا، فإنه يمكننا في نظام RGB، تمثيل $256^3 = 2^{24} = 16777216$ لونا مختلفا.



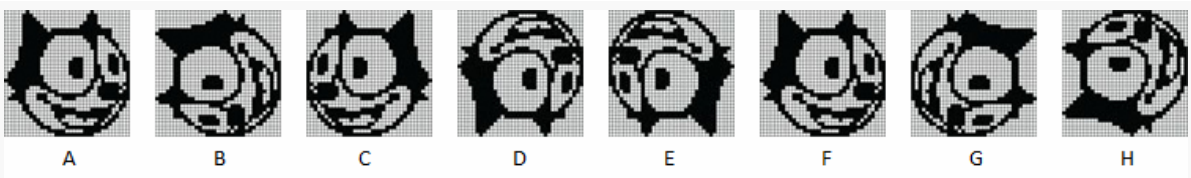
الشكل 3: صورة أصلية، المكونات : أحمر وأخضر وأزرق

معالجة الصور باستعمال العمليات على المصفوفات

بمجرد تمثيل الصورة بمصفوفات، يتبادر إلى أذهاننا التساؤل التالي: كيف تؤثر العمليات التي تمسّ هذه المركبات على تغيير الصورة. فإذا اعتبرنا على سبيل المثال الصورة ذات النظام الثنائي A أسفله بصفتها مصفوفة $A = (a_{i,j})$ فإن الصورة B ستكون موافقة لمنقولة المصفوفة A :

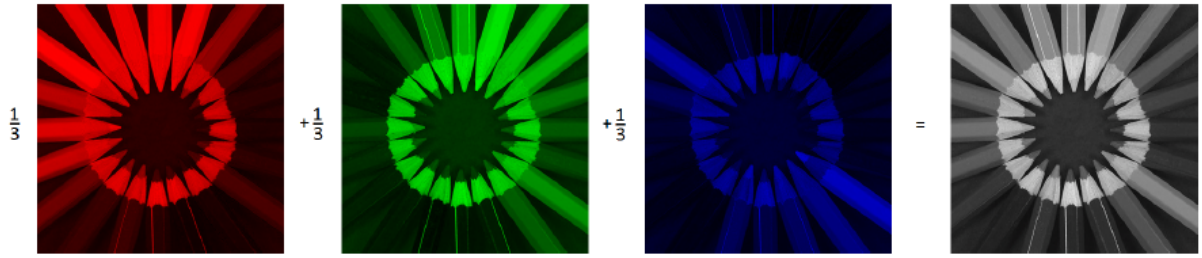
$$B = (b_{i,j}) = (a_{j,i}) = A^T .$$

أما الصورة H فهي توافق المصفوفة $(a_{j,35-i+1})$. حاول اكتشاف العلاقة بين المصفوفة A وبقية الصور الأخرى !



الشكل 4: تحولات مصفوفة

مثال آخر: إذا رتبنا حسابيا المصفوفات R (الأحمر)، و G (الأخضر) و B (الأزرق) المكونة لمصفوفة الصورة الملونة A سنحصل على نسخة للصورة بتدرجات اللون الرمادي (القيم مدورة لأقرب عدد صحيح لها):

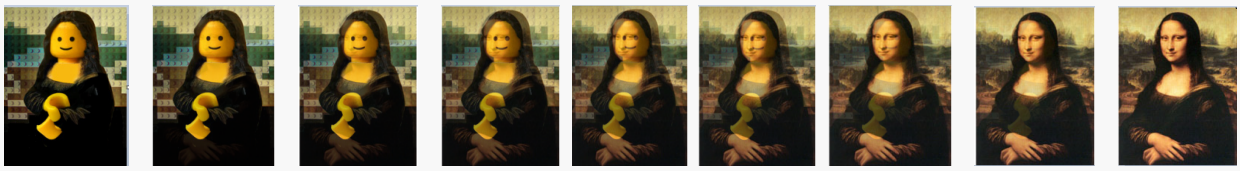


الشكل 5: المتوسط الحسابي لمكونات صورة

آخر مثال: باستعمال عمليتي ضرب المصفوفات في أعداد حقيقية وجمعها، فمن الممكن إنشاء مفعول صور وسيطة، الكثير الاستعمال، مثلا في العروض على الشاشة من نوع Power Point، أو بالشفافات. وبصفة أدق، دعنا نعتبر صورتين بتدرجات للون الرمادي، وبنفس الحجم، مُمثلتين بالمصفوفتين A و Z. من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0,1]$، نعرف المصفوفة

$$M(t)=(1-t)A+tZ.$$

لاحظ أن $M(0)=A$، $M(1)=Z$ وأن من أجل كل عدد t محصور بين 0 و 1 تكون عناصر المصفوفة $M(t)$ محصورة بين عناصر المصفوفتين A و Z. لذلك، فإنه لما يتغير t بين 0 و 1 فإن المصفوفة $M(t)$ تتغير بين A و Z. أما في حالة الصور الملونة، فالتحولات المذكورة أعلاه تُطبّق على المصفوفات B و G و R التي تُكوّن الصورة.



الشكل 6:

$$M(1)=Z\text{ ، }M(0{,}88)\text{ ، }M(0{,}75)\text{ ، }M(0{,}63)\text{ ، }M(0{,}50)\text{ ، }M(0{,}38)\text{ ، }M(0{,}25)\text{ ، }M(0{,}13)\text{ ، }M(0)=A$$

تتمتع عملية ضرب المصفوفات بتطبيقات أخرى في معالجة الصور الرقمية. على الرغم من أن مثالنا الموالي سيكون أكثر تعقيدا (لأنه يعتمد على تقنيات الجبر الخطي المُدرس في الجامعة)، فنحن نعتقد أنه يهمّ القارئ لأن هذا المثال سيوفر فرصة التمتع بتطبيق مدهش مستمد من مهارة تفكيك مصفوفة إلى جداء مصفوفات تتميز ببنى خاصة. التفاصيل متوفرة في [Lay, 2011] و [Poole, 2005]. إذا

اعتبرنا على سبيل المثال التفكيك إلى قيم متفرّدة (يرمز لها بالأنكليزية SVD، وهي الحروف الأولى لـ Singular Value Decomposition) القائم على كتابة مصفوفة $A_{m\times n}$ في شكل جداء ثلاث مصفوفات

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\, S_{m\times n}\, V^{T}_{n\times n}$$

حيث U و V مصفوفتان عموديتان (أي أن U^TU و V^TV تمثلان المصفوفتين $m\times m$ و $n\times n$ الحياديتين). أما S فهي مصفوفة عناصرها $s_{i,j}$ معدومة لما $i\neq j$، و $s_{1,1}\geq s_{2,2}\geq\cdots\geq s_{k,k}\geq 0$، حيث $k=\min\{m,n\}$. إليك مثالا عن هذا النوع من التفكيك (SVD):

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}=USV^T$$

$$=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sqrt{3} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3}\\ -\frac{\sqrt{6}}{3} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{3}\\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3}\end{pmatrix}^T$$

من الممكن إثبات أن كل مصفوفة تقبل تفكيكا إلى قيم متفرّدة ([Lay, 2011]، [Poole, 2005]). علاوة على ذلك، فإنه توجد خوارزميات تسمح بحساب هذا التفكيك باستعمال الحاسوب. الهدف الرئيسي من هذا المثال هو ملاحظة أنه إذا كانت $u_1,u_2,...,u_m$ هي أعمدة المصفوفة U وكانت $v_1,v_2,...,v_n$ هي أعمدة المصفوفة V، فإن

$$A=USV^T=s_{1,1}u_1v_1^T+s_{2,2}u_2v_2^T+\cdots+s_{k,k}u_kv_k^T .$$

لماذا؟ هب أن A تمثل صورة بتدرجات اللون الرمادي ذات البعد 1000×1000، وأنه يجب أن ترسل من قمر صناعي إلى مختبر على سطح الأرض. من المفترض أن يرسل القمر الصناعي مليون عدد (عدد واحد لكل عنصور). لكننا نلاحظ أن العناصر الأولى $s_{i,i}$ للمصفوفة S من التفكيك إلى قيم متفرّدة لـ A هي وحدها العناصر الدّالة (البقية هي عناصر يمكن إهمالها). ومن ثمّ، يكفي أن يبعث القمر الصناع، مثلا، الأعمدة العشرين الأولى لـ U و V، والأعداد العشرين الأولى $s_{i,i}$ (فيكون مجموع العناصر المرسلة $20\cdot 1000+20\cdot 1000+20=40020$ لا أكثر). وعندما تصل تلك المعلومات إلى المختبر عليه أن يحسب المصفوفة

$$s_{1,1}u_1v_1^T+s_{2,2}u_2v_2^T+\cdots+s_{20,20}u_{20}v_{20}^T$$

التي تعطي نسخة تقريبية عن الصورة الأصلية.

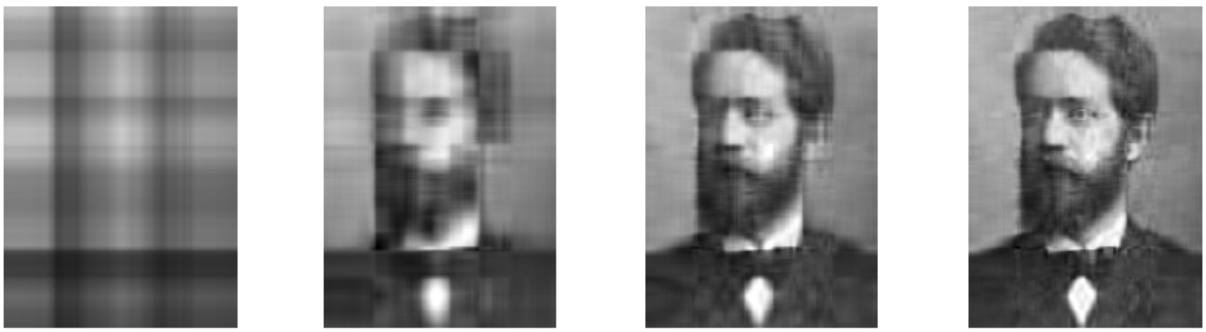
دعنا نقدم المثال التالي: صورة الرياضياتي فيليكس كريستيان كلاين Christian Felix Klein (1849−1925) لها $720 \times 524 = 377280$ عنصورا.

الشكل 7: فليكس كلاين

اعتمادا على التفكيك إلى قيم متفردة للمصفوفة الموافقة لهذه الصورة، يمكن أن نحسب المصفوفات

$$s_{1,1}u_1v_1^T + s_{2,2}u_2v_2^T + \cdots + s_{r,r}u_rv_r^T$$

من أجل : $r = 1, 5, 10, 20$. تولد هذه المصفوفات تقريبات للصورة الأصلية، كما هو موضح في الأشكال الموالية. لاحظ أن الصورة الأصلية (الشكل 7) توافق $r = 524$. هذا مذهل، أليس كذلك؟

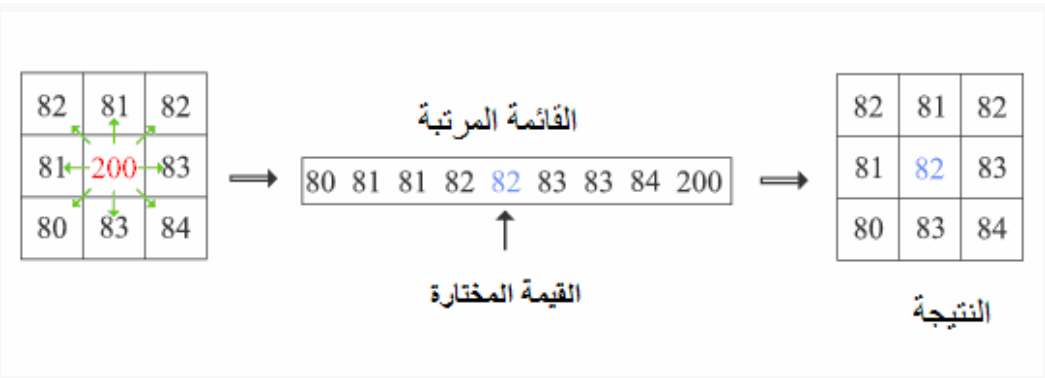


الشكل 8: الحالات $r = 1, 5, 10, 20$

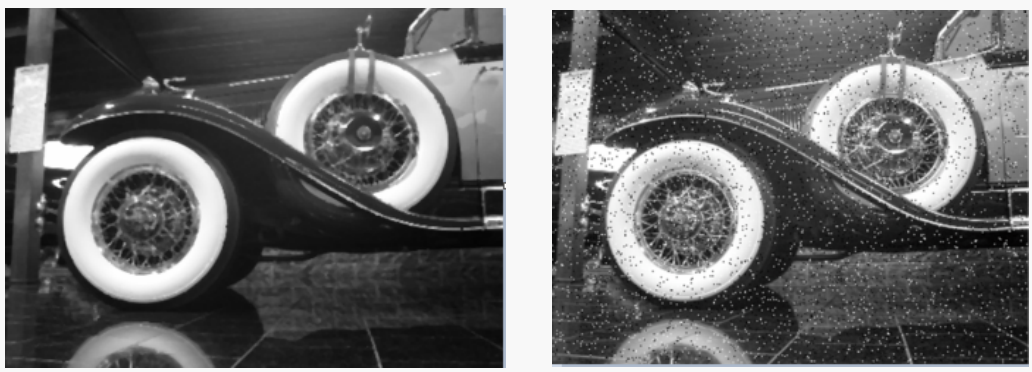
تطبيقات أخرى

لمعالجة الصور الرقمية تطبيقات عديدة في ميادين شتى: هناك الاستشعار عن بعد، ونقل المعطيات، والطب، وعلم الروبوتيك، والمشاهدة عبر الحاسوب، وصناعة الأفلام، وغيرها. على سبيل المثال، في الاستشعار عن بعد فالصور الملتقطة بواسطة الأقمار الصناعية مفيدة للبحث عن الموارد الطبيعية، ورسم الخرائط الجغرافية، وفي دراسة النمو الحضري. أما في مجال نقل الصور، فلدينا التواصل عبر الفاكس، والشبكات، والانترنت، والتلفاز المغلق الدارات للمراقبة عن بعد. كما نجد في مجال الطب التصوير بالأشعة السينية، والمسح الضوئي، وعلم الأشعة، والرنين النووي المغناطيسي (NMR) والموجات فوق الصوتية.

يمكن أن تولد بعض الطرق المتبعة في استقبال وإرسال الصور تشوه (تشويش) في بعضها. المصفاة الوسيطة تقنية لمعالجة الصور تستعمل لإزالة أو التقليل من تأثير هذا التشويه: من أجل كل عنصر من مصفوفة موافقة لصورة، نراقب العناصر المجاورة لها ونعدلها ضمن قائمة جيدة الترتيب. بعد ذلك تقوم المصفاة الوسيطة باختيار العنصر الموجود في مركز القائمة ووضعه مكان العنصر المركزي.

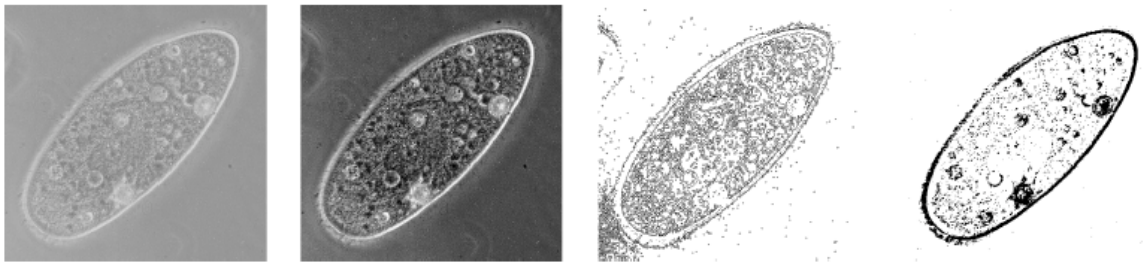


الشكل 9: مبدأ المصفاة الوسيطة



الشكل 10: صورة مع وجود تشويش وصورة بعد فعل المصفاة الوسيطة

توجد عدة تقنيات أخرى لمعالجة الصور تستعمل لأغراض مختلفة. الصور الموالية أمثلة توضح تعديل التباين، والكشف عن الحافة والتخوم.



الشكل 11: الصورة الأصلية (على اليسار)، ثم نفس الصورة بتعديل التباين، وكشف الحافة والتخوم

التعليق الختامي

هدفنا من هذه المقالة هو تقديم تطبيق غير معروف للمصفوفات لأساتذة الثانويات، وطلبة الدراسات العليا: معالجة الصور الرقمية. من المهم ملاحظة أن الأدوات الرياضياتية المتعلقة بهذا الموضوع تجاوزت حدود المصفوفات. الموضوع شاسع، وغني وعصري. للأسف فإن عدد الصفحات المحدود لم يسمح لنا بإضافة تفاصيل أكثر. كخطوة أولية للراغبين في الحصول على معلومات أوسع، نوصي بالكتابين [Gonzalez & Woods, 2007] و [Gomes & Velho, 2008].

المراجع

– هناك في الموقع الإلكتروني

http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix-en.html

(أو فرعه http://www.cdme.im-uff.mat.br/matrix/matrix-html/matrix-en.html) استعمالات تفاعلية تسمح لكم باكتشاف العلاقات بين المصفوفات والصور الرقمية المعروضة في النص. كما يعرض ملف بصيغة DOC مجموعة من التمارين لاستعمالها في القسم.

– وهذه هي قائمة المراجع المستعملة في المقالة:

Gomes, J. ; Velho, L. *Image Processing for Computer Graphics and Vision*. Springer-Verlag, 2008.

Gonzalez, R.C.; Woods, R.E. *Digital Image Processing*. Third Edition. Prentice Hall, 2007.

Lay, D. *Linear Algebra and Its Applications*. Forth Edition. Addison Wesley, 2001.

Poole, D. *Linear Algebra: A Modern Introduction*. Second Edition. Brooks Cole, 2005.

صورة الموناليزا (الشكل 6) ملك لماركو بيتشي ادرونوتو Marco Pece Udronotto، الذي رحب بإدراجها في هذا العمل.

تقاسم هذا على:

- البريد الإلكتروني
- طباعة
- Facebook
- Twitter

هذا البريد متوفر أيضا ب: الإنجليزية، الألمانية، الإيطالية، الفرنسية

أدخل عنوان البريد الإلكتروني | ابعث

أرسل الموضوع على شكل PDF

اترك الرد

بريدك الإلكتروني لن ينشر. الحقول المطلوبة مسجلة*

الاسم*

البريد الالكتروني*

الموقع الإلكترني

تعليق

You may use these HTML tags and attributes: <a href="" title=""> <abbr title=""> <acronym title=""> <b> <blockquote cite=""> <cite> <code> <del datetime=""> <i> <q cite=""> <strike>

تعليق البريد

أدلِ بتعليقات المتابعة على البريد الإلكتروني.

ابعث بإرسالات جديدة عبر البريد الإلكترون