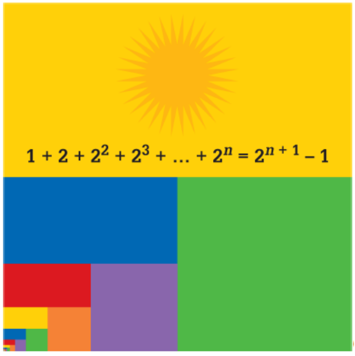
អត្ថបទដកស្រង់ចេញពី
Klein Project Blog

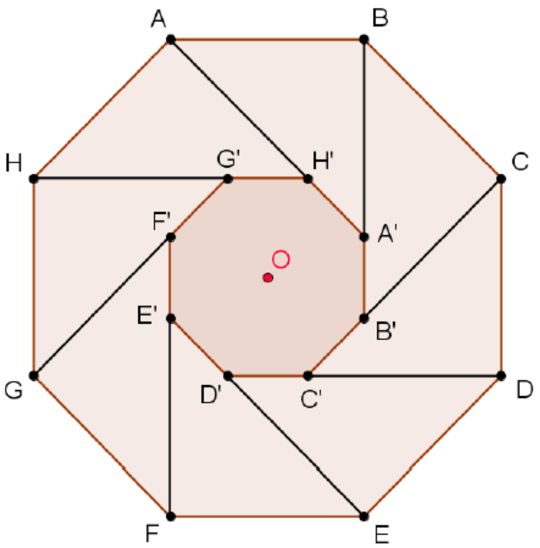
ទំនាក់ទំនងកំណើន និងប្រមាណវិធីកំណើន



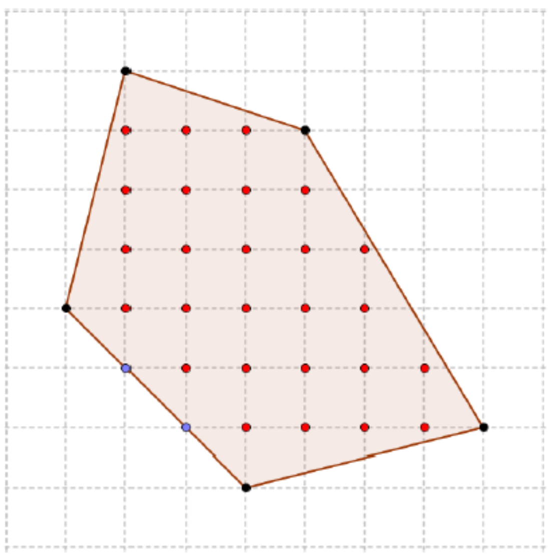
រៀបរៀងដោយអ្នកនិពន្ធ: Michéle Artigue និង Ferdinando Arzarello

គេអោយការេមួយ ដើម្បីជាភាពងាយស្រួលក្នុងការគូរការេបានច្រើន ដែលកំពូលរបស់វា គឺជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់។ ប៉ុន្តែ តើវាអាចធ្វើបែបនេះ ចំពោះពហុកោណនិយ័តផ្សេងទៀតបានដែរឬទេ? ជាឧទាហរណ៍ អដ្ឋកោណ។ ចម្លើយ គឺ "ទេ" ប៉ុន្តែ ចំពោះអដ្ឋកោណនេះ គឺវាអាចបង្ហាញបាន តាមវិធីខាងក្រោម (Payan, 1994)៖

ក្នុងករណីនេះ អដ្ឋកោណនីមួយៗ គឺមានប្រវែងជ្រុងដូចគ្នា និងរង្វាស់មុំស្មើគ្នា។ យើងនឹងប្រដូចអដ្ឋកោណដ៏ទៃទៀត ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបភាពទី 2។ ដែលចំណុច A' គឺជារូបភាពនៃចំណុច A តាមរយៈការបង្វិលប្រាស់ទ្រនិចនាឡិកា 90° នៃផ្ចិត B។ ចំណុច B' គឺជារូបភាពនៃចំណុច B តាមរយៈការបង្វិលច្រាស់ទ្រនិចនាឡិកា 90° នៃផ្ចិត C។ល។ យើងអាចបង្ហាញថា យើងនឹងទទួលបានពហុកោណនិយ័តផ្សេងទៀត ដែលជាបម្លែងចាំងទៅនឹងចំណុចដំបូង និងមានផ្ចិត O ដូចគ្នា។ ហើយក្រឡាផ្ទៃរបស់វា គឺតូចជាងដាច់ខាត ទៅនឹងក្រឡាផ្ទៃអដ្ឋកោណទីមួយ។ ឥឡូវ ចូរយើងត្រឡប់ទៅមើលពហុកោណដែលកំពូលរបស់វាជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់វិញ។ យើងប្រដូចពហុកោណ P មួយ ដែលមានចំនួនបន្ទាត់ប្រសព្វ $S(P)$ ឱ្យស្ថិតនៅក្នុងពហុកោណមួយនេះ (មានន័យថា រាល់ចំណុចប្រសព្វ គឺស្ថិតនៅក្នុងពហុកោណមួយនេះ ប៉ុន្តែវាមិនមែនជាជ្រុងនោះទេ)។ ឧទាហរណ៍៖ បើសិន P គឺជាពហុកោណស្ថិតក្នុងរូបភាពទី 3 នោះ $S(P) = 26$ (សំគាល់៖ ចំនួននេះ គឺទាក់ទងទៅនឹងក្រឡាផ្ទៃពហុកោណ តាមរូបមន្ត និងទ្រឹស្តីបទ *Pick*)។



រូបភាពទី 2: របៀបសង់ពហុកោណទី 2



រូបភាពទី 3: ការគណនា *S(P)*

ឥឡូវ យើងសន្មតថា យើងអាចសង់អដ្ឋកោណនិយ័តមួយគឺ P_1 ដែលកំពូលរបស់វា គឺជាចំណុចប្រសព្វបន្ទាត់។ តាមរយៈវិធីមុន យើងអាចប្រដូចវាទៅនឹងពហុកោណផ្សេងទៀតគឺ P_2 ដែលកំពូលរបស់វា ក៏ជាចំណុចប្រសព្វបន្ទាត់ផងដែរ។ ព្រោះថា លក្ខណៈបែបនេះ គឺវារក្សារង្វាស់មុំ 90° នៅដដែល ហើយផ្ចិតរបស់វា គឺជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់។ លើសពីនេះទៅទៀត ចំនួនគត់ $S(P_2)$ គឺវានឹងតូចជាង $S(P_1)$ ដាច់ខាត។ ដោយធ្វើតាមរបៀបនេះ រហូតដល់ទទួលបានសំណើផ្ទុយមួយ។

យើងនឹងបង្ហាញថា ភាពប្រព្រឹត្តទៅមិនបាននៃពហុកោណមួយ ដែលមានកំពូលជាចំណុចប្រសព្វបន្ទាត់ ដោយការប្រើប្រើវិធីសាស្ត្រប្រមាណវិធីនព្វន្តមួយឈ្មោះថា ខួប *Fermat* (*Fermat's period*) ដែលជាសំរាយបញ្ជាក់មួយមិនអាចកំណត់បាន។ តើវិធីសាស្ត្រនេះ គឺជាអ្វី? វាគឺជាភាពប្រព្រឹត្តទៅមិនបាននៃការបង្កើតស្ទីតមិនកំណត់ចុះដាច់ខាតមួយរបស់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ វាផ្តោតលើលក្ខណៈសំណុំលំដាប់នៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ លក្ខណៈលំដាប់នេះ មានន័យថា រាល់សំណុំរងទទេ គឺត្រូវមានធាតុតូចបំផុតមួយ។ ដូច្នេះ សន្មតថា យើងអាចបង្កើតស្ទីតចុះមិនកំណត់មួយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន (u_n)។

តាង S ជាសំណុំនៃតួទាំងអស់របស់ស្ទីត $S=\{u_0,u_1,...,u_n,...\}$។ នោះ S មានធាតុតូចបំផុតមួយគឺ α។ វាគឺជាធាតុមួយនៃស្ទីត ដែលស្ថិតនៅតួទី k ដូចនេះ $\alpha=u_k$។ ប៉ុន្តែ ដោយ $u_{k+1}<u_k$ ហើយ u_{k+1} ជារបស់ S នោះវាផ្ទុយពីការកំណត់ α។

ប្រមាណវិធីកំណើន និងលំដាប់នៃចំនួនគត់

ប្រមាណវិធីកំណើន ជាទូទៅត្រូវបានសិក្សារួចមកហើយក្នុងថ្នាក់វិទ្យាល័យ តួយ៉ាង គឺស្ទីតនៃលំដាប់ចំនួនពិត។ វាជាស្វ័យសត្យទី 3 នៃស្វ័យសត្យ *Peano* ចំពោះប្រមាណវិធីនព្វន្ត (1908) ដែលត្រូវបានបង្កើតតាមវិធីខាងក្រោម៖

"ប្រសិនបើ S គឺជាសំណុំមួយដែលមានផ្ទុកលេខ 0 និងមានធាតុ a ជាច្រើននៅក្នុង S នោះតួបន្តនៃ a ក៏ស្ថិតនៅក្នុង S ដែរ ហើយ S ផ្ទុករាល់នូវចំនួនគត់ធម្មជាតិ"។ ជាធម្មតា យើងបង្កើតវាតាមរយៈវិធីដូចខាងក្រោម៖

បើសិន P គឺជាចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលមានលេខសូន្យ ហើយតួ $n+1$ បន្ទាប់ក៏មានលេខសូន្យរាល់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n នោះវាគឺមានលេខសូន្យគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ ហើយបើយើងសន្មតថាលំដាប់គ្រប់ចំនួនគត់គឺជាទំនាក់ទំនងលំដាប់ នោះប្រមាណវិធីកំណើនគឺជាវិបាកមួយ។ ពិតប្រាកដណាស់ យើងសន្មតថា P គឺមិនមាននៅរាល់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ ហើយតាង S គឺជាសំណុំនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលមិនមាន P។ នោះ S គឺជាសំណុំទទេដែលមានធាតុតិចបំផុតមួយគឺ n_0 ហើយ n_0 គឺមិនសូន្យ ព្រោះសូន្យជារបស់ P។ នោះតួបន្ទាប់ $n+1$ គឺមានមិននៅក្នុង S។ ប៉ុន្តែ $n+1$ ជារបស់ P ដូច្នេះហើយ n_0 គឺមានការផ្ទុយគ្នាក្នុងការកំណត់។

ប្រមាណវិធីកំណើន ក៏អាចប្រើសម្រាប់កំណត់អនុគមន៍បានផងដែរ។ តួយ៉ាង នេះគឺជាអ្វីដែលយើងធ្វើនៅពេលដែលយើងកំណត់ស្ទីតមួយដោយប្រើប្រមាណវិធីកំណើន គឺ $u_{n+1}=f(u_n)$ ដែល f គឺជាអនុគមន៍មួយកំណត់លើ $\mathbb{N}$ ហើយតួដំបូងគឺ u_0។ យើងក៏ហៅអនុគមន៍នេះ គឺជាការកំណត់មួយតាមប្រមាណវិធីកំណើន។

ទំនាក់ទំនងកំណើន និងប្រមាណវិធីកំណើន: ការសង្ខេបដំបូង

ជាទូទៅ យើងអាចពិចារណាប្រមាណវិធីកំណើនទៅរាល់សំណុំដែលមានលំដាប់។ ឧទាហរណ៍ៈ សំណុំ $\{0,1\}\times\mathbb{N}$ គឺជាលំដាប់អក្ខរក្រមៈ $(a,b)\le(c,d)$ បើ $a\le c$ និង $b\le d$ ។ លំដាប់នេះ គឺជាលំដាប់មួយដែលមានទំនាក់ទំនង។ ជាក់ស្តែង យើងតាង S គឺជាសំណុំរងមិនទទេមួយនៃ $\{0,1\}\times\mathbb{N}$ យើងអាចមាន 2 ករណីគឺៈ

- ធាតុមួយក្នុងចំណោមទាំងអស់នៃ S គឺមានទម្រង់ $(1,b)$ ។ នោះ $\{b|(0,b)\in S\}$ គឺជាសំណុំរងមិនទទេនៃ $\mathbb{N}$ ហើយវាមានធាតុតូចបំផុតគឺ ។ដោយហេតុនេះ $(1,b)$ គឺជាធាតុតូចបំផុតរបស់ S ។
- មានធាតុមួយនៃ S ដែលមានទម្រង់ $(0,b)$ ។ នោះសបញ្ជាក់ថា S មានធាតុតូចបំផុតក្នុង $\{b|(0,b)\in S\}$ ដែលចាំបាច់ចំពោះករណីនេះ។

ស្រដៀងគ្នានេះផងដែរ លំដាប់អក្ខរក្រមលើ $\mathbb{N}^p$ គឺជាលំដាប់មួយ។ យើងទុកវា ឱ្យអ្នកអានអនុវត្តតាមដំណោះស្រាយមុនចំពោះករណីនេះ។ ដូចច្នេះ វាមិនអាចជាស្វីតមិនកំណត់ចុះដាច់ខាតចំពោះសំណុំទាំងនេះនោះទេ ប្រសិនបើមិនអាចកំណត់ធាតុមួយចំនួនដែលតូចជាងធាតុក្នុងទម្រង់ $\left(a_1,a_2,...,a_p\right)$ ចំពោះ $a_1\neq 0$ និងទម្រង់ $\left(b_1,b_2,...,b_p\right)$ ចំពោះ $b_1<a_1$ ។

នៅក្នុង $\mathbb{N}^p$ ភាពសំខាន់នៃការមិនអាចកំណត់ភាពចុះ ដែលយើងបានប្រើក្នុងឧទាហរណ៍ដំបូង គឺអាចអនុវត្តបាន។ ហើយនៅក្នុង $\mathbb{N}^p$ នេះ យើងក៏អាចកំណត់អនុគមន៍តាមប្រមាណវិធីកំណើនបានផងដែរ។ វាជាករណីចំពោះឧទាហរណ៍សម្រាប់អនុគមន៍ $\mathbb{N}^2$ ទៅ $\mathbb{N}$ ដែលបានបង្កើតឡើងដោយលោក *Ackermann* ក្នុងឆ្នាំ 1932 ដែលយើងនឹងលើកមកនិយាយនៅពេលក្រោយ។

ប្រមាណវិធីកំណើន និងលំដាប់

នៅក្នុងទ្រឹស្តីបទសំណុំ សញ្ញាណនៃលំដាប់នេះ គឺជាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃការដោះស្រាយគណិតវិទ្យា។ តាមរយៈសញ្ញាណនៃលំដាប់នេះ គឺមិនអាចពន្យល់តាមរបៀបមុននោះទេ។ ដោយហេតុថា ចំនួនលំដាប់ និងចំនួនគត់ធម្មជាតិគឺជាលំដាប់កំណត់ ដែលត្រូវបានកំណត់ជាសំណុំលំដាប់ តាមរយៈលក្ខណៈធាតុ និងលក្ខណៈឆ្លង (សំណុំ X មួយគឺមានលក្ខណៈឆ្លង ប្រសិនបើគ្រប់ធាតុនៃ z ជាធាតុមួយរបស់ធាតុ y នៃ X វាក៏ជាធាតុមួយរបស់ X ផងដែរ) ប៉ុន្តែក្នុងអត្ថបទនេះ យើងគ្រាន់តែយល់អំពីវិធីតាមកំណើនជាលំដាប់ ដោយលោក *Cartor* ដែលបានស្រាវជ្រាវឡើងនៅចុងសតវត្សទី 19។ លំដាប់ដែលតូចបំផុតមិនអាចកំណត់បាន គឺតាងដោយ ω ហើយវាគឺជាសំណុំប្រជុំនៃរាល់លំដាប់កំណត់។ វាតាងឱ្យលំដាប់នៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ តួបន្ទាប់របស់វាគឺ $\omega+1,\omega+2,...$ ជាដើម។ លំដាប់តូចបំផុតដែលធំជាង $\omega+n$ គឺ $\omega+\omega$ ឬ 2ω ។ ហើយលំដាប់តូចបំផុតដែលធំជាង $n\omega$ គឺ ω^2 ជាដើម។

$$0,\,1,\,2...n...\omega,\,\omega+1,\,\omega+2\omega+n...2\omega,\,2\omega+1,\,2\omega+2...2\omega+n...3\omega...n\omega...\omega^2...\omega^3...\omega^\omega...$$

តាមការពិត មានលំដាប់ពីរប្រភេទ ដែលតួបន្ទាប់នៃលំដាប់ដែលផ្តល់ឱ្យគឺ $\omega+n,\,\omega^\omega+n$ ចំពោះ $n\neq 0$ ហើយធាតុទាំងនោះ គឺមិនមានតួបន្ទាប់ទៀតទេ ប៉ុន្តែវាគឺជាសំណុំប្រជុំនៃរាល់ធាតុដែលតូចជាង ដូចជា $\omega,\,\omega^n,\,\omega^\omega,...$ នៅក្នុងបញ្ជីមុន។ យើងកត់សម្គាល់ឃើញថា លំដាប់អក្ខរក្រម $\{0,1\}\times\mathbb{N}$ ផ្តល់ឱ្យសំណុំនេះមួយលំដាប់ដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងលំដាប់ $\omega+\omega$។ ជាទូទៅ លំដាប់អក្ខរក្រមនៃ $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ គឺត្រូវគ្នានឹង ω^ω ប៉ុន្តែមានលំដាប់ផ្សេងពីលំដាប់ទាំងនោះ ដែលយើងបានបញ្ជាក់ដោយវិចារ ហើយរាល់លំដាប់គឺអាចរាប់បាន។ វាក៏ត្រូវបានគេបង្ហាញជាទ្រឹស្តីបទសំណុំផងដែរ ដោយប្រើស្វ័យសត្យ ដែលនិយាយថាសំណុំមួយចំនួន គឺជាលំដាប់។

យើងអាចកំណត់អនុគមន៍មួយចំនួនតាមប្រមាណវិធីកំណើននៅលើលំដាប់។ ដើម្បីកំណត់អនុគមន៍មួយតាមប្រមាណវិធីនៅលើលំដាប់ α មួយ យើងត្រូវឱ្យតម្លៃវាស្មើសូន្យ ហើយវិធីនេះ គឺធ្វើឱ្យយើងទទួលបានតម្លៃនៃអនុគមន៍ $f(\alpha)$ ដែលបានមកពីតម្លៃនៃអនុគមន៍នៅលើលំដាប់មុន។ ចង់ចាំថា វាមានផលប្រយោជន៍ដើម្បីសន្មតករណីពីរទៀតក្នុងការកំណត់អនុគមន៍ $f(\alpha)$ ថាតើ α គឺជាលីមីតមួយ ឬជាតួបន្ទាប់។

អនុគមន៍ *Ackermann* និងអាគុយម៉ង់អង្កត់ទ្រូង

ឧទាហរណ៍មួយនៃអនុគមន៍មួយដែលបានកំណត់តាមប្រមាណវិធីកំណើន គឺជាអនុគមន៍ *Ackermann* ដែលបានបញ្ជាក់ដោយវិចារនៅចំណុចមុន។ វាត្រូវបានគេតាងដោយអក្សរ A ហើយត្រូវបានគេកំណត់តាមវិធីខាងក្រោមៈ

- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន y, $A(0, y)=y+1$
- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន x, $A(x+1, 0)=A(x, 1)$
- ចំពោះគ្រប់គូចំនួនគត់វិជ្ជមាន (x, y), $A(x+1, y+1)=A(x, A(x+1, y))$

តម្លៃរបស់វាគឺស្ថិតនៅត្រង់ចំណុច (x, y) ជាទម្រង់អ៊ិចព្លីស៊ីត ប្រសិនបើ $x=0$។ ប្រសិនបើ $x \neq 0$ ការគណនាត្រូវប្រើតម្លៃនៃអនុគមន៍ត្រង់ចំណុច (c, d) ដែល $(c, d)<(x, y)$ ចំពោះលំដាប់អក្ខរក្រម។ ការគណនានេះគឺត្រូវការស្វ៊ីតមិនកំណត់ចុះដាច់ខាតមួយនៃចំណុចដូចគ្នាដែលចាំបាច់ដើម្បីកំណត់ រហូតដល់លំដាប់អក្ខរក្រមគឺជាទំនាក់ទំនងលំដាប់មួយ។ ប៉ុន្តែស្វ៊ីតនេះមិនវែងនោះទេ។ តើមានតួប៉ុន្មានចាំបាច់ ដើម្បីស្វែងរក $A(3, 2)$?

ឥឡូវ យើងចាប់ផ្ដើមជាមួយឧទាហរណ៍មួយគឺ $A(2, 2)$ ដោយប្រើតារាងខាងក្រោមៈ

x y	0	1	2	3	...
0	1	2	3		
1	2	3	5		
2	3	4			
3	4	5			
...					

លក្ខខណ្ឌដំបូងនេះគឺ $A(0, y)=y+1$ គឺដើម្បីឱ្យយើងទៅបំពេញក្នុងជួរឈរដំបូង។ បន្ទាប់មក យើងធ្វើបន្តបន្ទាប់ យើងទទួលបានៈ

$A(1, 0)=A(0, 1)=2$; $A(1, 1)=A(0, A(1, 0))=A(0, 2)=3$;
$A(1, 2)=A(0, A(1, 1))=A(0, 3)=4$, ហើយលើសពីនេះទៀត យើងទទួលបានៈ

$$A(1, n+1)=A(0, A(1, n))=A(0, n+1)=n+2$$

យើងទទួលបានជាបន្តបន្ទាប់ទៀតគឺៈ

$A(2, 0)=A(1, 1)=3$; $A(2, 1)=A(1, A(2, 0))=A(1, 3)=5$ ហើយជាថ្មែដន្យ $A(2, 2)=A(1, A(2, 1))=A(1, 5)=7$។

ដើម្បីស្វែងរក A(2, 2) យើងត្រូវស្វែងរកវាល់តម្លៃនៃអនុគមន៍ចំពោះគូចម្លើយជួរឈរដំបូងគឺ *(0, 6)*, គូបន្ទាប់គឺ *(1, 5)* និងគូបន្ទាប់មកទៀតគឺ *(2, 2)* ដូចនេះ យើងត្រូវប្រើ 15 តម្លៃ។

តើនឹងមានអ្វីកើតឡើង ប្រសិនបើយើងស្វែងរក *A(3, 2)*? ហើយចុងបញ្ចប់ តើ *A(3, 2)* ស្មើប៉ុន្មាន? យើងទុកវាឱ្យអ្នកអានដើម្បីសិក្សាវាជាបន្តទៀត។

ដោយផ្អែកមិនប្រែប្រួលមួយនៃអនុគមន៍ពីរអថេររបស់លោក Ackermann យើងទទួលបានអ្វីជាទូទៅនោះគឺ នព្វន្តអនុគមន៍។ ដូចនេះ យើងតាង A_n គឺជាអនុគមន៍ដែលយើងទទួលបានពីការជ្រើសរើសអថេរដំបូងគឺ *n*។ យើងឃើញថា $A_0(y)=A(0,y)=y+1$ ដូច្នេះ A_0 គឺជាអនុគមន៍បន្ទាប់ ហើយ $A_1(y)=y+2$ ។ យើងអាចបង្ហាញថា $A_2(y)=2y+3$ និង $A_3(y)=2^{y+3}-3$ ។ នោះកន្សោមដែលទទួលបានយ៉ាងឆាប់រហ័សនេះ នឹងមានលក្ខណៈស្មុគស្មាញខ្លាំង ដោយការធ្វើឡើងវិញនៃស្វ័យគុណ ហើយតម្លៃរបស់ *A(x, y)* នឹងកើនឡើងខ្ពស់ក្នុងប៉ុន្មានជំហានដំបូង។ ជាឧទាហរណ៍ *A(5, 0)=65533* និង *A(4, 2)* គឺជាចំនួនមួយមានរហូតដល់ 19729 ខ្ទង់។

ជាការពិតណាស់ យើងអាចបង្ហាញថាអនុគមន៍ *g* កំណត់ដោយ *g(x)=A(x, x)* ចំពោះរាល់ព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍កំណើន នោះយើងអាចនិយាយបានថា អនុគមន៍មួយចំនួនគឺអាចកំណត់បានដោយអនុគមន៍បន្ទាប់ និងអនុគមន៍ចំណោលពី □^{p} ទៅ □ ដោយការលាយបញ្ចូល និងតាមវិធីកំណើន ដែលមានចំនួនគត់វិជ្ជមាន *N* មួយគឺ $g(x)>f(x)$ ចំពោះ $x>N$ ។ តាមរយៈវិធីនេះ គឺយើងអាចគណនាអនុគមន៍ដោយមិនមានកំណើនព្រីមីទីវ។ អនុគមន៍ *Ackermann* គឺជាឧទាហរណ៍មួយនៃអនុគមន៍ដូចគ្នា។ ប៉ុន្តែ ជាធម្មតាអនុគមន៍នេះ គឺជាចំនួនគត់តួយ៉ាងអនុគមន៍នេះ គឺត្រូវបានប្រើនៅក្នុងអនុវិទ្យាល័យ។ អនុគមន៍នេះ គឺត្រូវបានប្រដូចទៅនឹងចំនួនគត់ធម្មជាតិពីរ ដែលផលបូក ឬផលគុណរបស់វា គឺជាកំណើនព្រីមីទីវ។ តាមពិត យើងអាចកំណត់អនុគមន៍ទាំងនោះតាមប្រមាណវិធីកំណើនដោយៈ ចំពោះគ្រប់ $x,\ x+0=x$ និង $x.0=0$ ហើយចំពោះ $y,\ x+(y+1)=(x+y)+1$ និង $x(y+1)=xy+x$ ។ យើងទុកវាឱ្យអ្នកអាន ដើម្បីស្វែងរកមូលហេតុដែលប្រដូចគូចំនួនគត់ធម្មជាតិ *(x, y)* ទៅនឹង x^y ដែលជាកំណើនព្រីមីទីវផងដែរ ដូចជាការធ្វើឡើងវិញនៃអនុគមន៍ដូចគ្នា។ លើសពីនេះទៅទៀត អនុគមន៍មួយចំនួនដែលអាចកំណត់បានដោយប្រើព្រីមីទីវអនុគមន៍កំណើន ជាមួយនឹង *algorithm* មួយដោយប្រើទម្រង់ជារង្វង់ (ចំពោះ *k* ពី 1 ទៅ *n*) គឺជាកំណើនព្រីមីទីវ។

វិធីសាស្ត្រនេះ គឺត្រូវការអាគុយម៉ង់នៃអង្កត់ទ្រូង។ អាគុយម៉ង់នេះ ត្រូវបានបង្កើតឡើងក្នុងឆ្នាំ 1874 ដោយលោក *Georg Cantor* ដើម្បីបង្ហាញថា សំណុំនៃចំណួនពិតគឺមិនអាចរាប់បាន គឺមិនមែនមួយទល់មួយរវាង □ និង □ នោះទេ។ នៅក្នុងឆ្នាំ 1891 គាត់បានប្រើវិធីសាស្ត្រនេះម្តងទៀតដើម្បីបកស្រាយស្វ័យគុណសំណុំនៃសំណុំ*X* (គឺសំណុំនៃរាល់សំណុំរង *X*) មានចំនួនធាតុមួយនៃសំណុំដាច់ខាតត្រូវតែតូចជាងធាតុមួយនៃសំណុំ *X*។ ការបង្កើតអាគុយម៉ង់នៃអង្កត់ទ្រូងនេះឡើង គឺជាជំហានដ៏មានសារៈសំខាន់ចំពោះការអភិវឌ្ឍន៍គណិតវិទ្យា។ ជាពិសេស វាគឺជាចំណុចចាប់ផ្តើមនៃដំណោះស្រាយរបស់លទ្ធផលមួយចំនួន រួមមានទ្រឹស្តីបទភាពមិនពេញលេញរបស់ *Gödel* និងទ្រឹស្តីបទមួយចំនួនទៀតនៃទ្រឹស្តីបទការគណនា។ ចំពោះលោក *Russell* ក៏បានផ្តោតលើគំនិតនេះផងដែរ។ សន្មតថា មានទសភាគមួយស្ថិតនៅចន្លោះ [0, 1) និង □ ហើយមានស្វ៊ីត (α_n) នៃចំនួនពិតទាំងនេះ។ ការចំនួនទសភាគនៃចំនួនពិត α_n មានទម្រង់ៈ $0,a_1^n a_2^n\ldots$ និងប្រហែលបញ្ចប់ដោយចំនួនសូន្យជាច្រើន។ សន្មតថា α គឺជាចំនួនទសភាគ $0,b_1^n b_2^n\ldots$ ដែល $b_k=a_k^k-1$ បើ $a_k^k\neq 0$ និង $b_k=a_k^k+1$ បើ $a_k^k=0$ ។ វាជា

ការពិតណាស់ដែលថា $0, b_1^n b_2^n \dots$ គឺជាចំនួនទសភាគនៃចំនួនពិត β ក្នុងចន្លោះ $[0, 1)$ និង β គឺមិនស្មើទៅនឹងធាតុរបស់ស្វ៊ីត (α_n) ។ ដោយហេតុថា ចន្លោះ $[0, 1)$ គឺមិនអាចរាប់បាន និងមិនមែនជាសំណុំនៃចំនួនពិត៕